2023年成人高等学校招生全国统一考试专升本　　高等数学二

（回忆版真题）

一、选择题：1～10小题。每小题4分。共40分。

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+1}{x^2+x}$

A. -1　　B. 0　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

2. 设函数 f(x)=$x^3+5\sin x$, 则 f’（0）=

A. 5　　B. 3　　C. 1　　D. 0

3 ~~1.~~ 设函数 f(x)=$\ln x-x$, 则 f’（x）=

A. x　　B. x-1　　C. $\dfrac{1}{x}$　　D. $\dfrac{1}{x}-1$

4. 函数 f(x)=$2x^3-9x^2+3$的单调递减区间是（）

A.（3，∞）　　B.（-∞，+∞）　　C.（-∞，0）　　D.（0，3）

【分析】

本题主要考查了极限及其运算，属于基础题.根据极限的定义直接计算即可.

【解答】

解：$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+1}{x^2+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}}=\frac{1}{1}=1.$

5. $\int x^3dx=$（　）.

A. $x^{\frac{2}{3}}+c$　　B. $\dfrac{3}{5}x^{\frac{5}{3}}+c$　　C. $x^{\frac{5}{3}}+c$　　D. $x^{\frac{1}{3}}+c$

6.设函数$f(x)=|x|$，则$\int_{-1}^{1} f(x)dx=$【　】

A. -2

B. 0

C. 1

D. 2

答案：C

7.连续函数$f(x)$满足$\int_0^x f(t)dt=e^x-1$，求$f'(x)=$【　】

A. e^x

B. e^x-1

C. e^x+1

D. $x+1$

答案：A

8.设$z=e^{xy}, dz=$【　】

A. $e^{xy}dx+e^{xy}dy$

B. $e^x dx+e^y dy$

C. $ye^{xy}dx+xe^{xy}dy$

D. $e^y dx+e^x dy$

答案：C

9.设$z=\frac{1}{4}(x^2+y^2), \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$【　】

A. $\frac{x}{2}$

B. 0

C. $\frac{y}{2}$

D. $x+y$

答案：B

10.扔硬币5次，3次正面朝上的概率是【　】

本题选项缺失

答案：$\frac{5}{16}$

第II卷（选择题，共110分）

二、填空题（11～20小题，每题4分，共40分）

11. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{1+x}-2}{x-3}=$ __________.

答案：$\dfrac{1}{4}$

12. $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x+1}{x-1})^{x}=$ __________.

答案：e^{2}

13. $f(x)=e^{2x}$，则$f^{(n)}(0)=$ __________.

答案：2^{n}

14. $f(x)=x^{2}-2x+4$在$(x_0, f(x_0))$处切线与直线$y=x-1$平行，$x_0=$ __________.

答案：$\dfrac{3}{2}$

15. 曲线$y=xe^{x}$的拐点坐标为__________.

答案：$(-2,-2e^{-2})$

16. $y=\dfrac{2x}{1+x^{2}}$的垂直渐近线是__________.

答案：$\boxed{y=0}$

17. $\boxed{\int \frac{x}{x^2+4}dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.}$

答案：$\boxed{\frac{1}{2}\ln(x^2+4)+C}$

18. 曲线$\boxed{y=x^2}$与$\boxed{x=y^2}$所围成图形的面积是$\boxed{__________.}$

答案：$\boxed{\frac{1}{3}}$

19. $\boxed{\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}dx = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.}$

答案：$\boxed{\frac{1}{2}}$

20. $\boxed{z=x^2+y^2-x-y-xy}$的驻点为$\boxed{__________.}$

答案：$\boxed{(1,1)}$

三、解答题（21～28小题，共70分.解答应写出推理、演算步骤）

21.（本题满分8分）

计算$\boxed{\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}.}$

解：$\boxed{\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{1}{2}x^2}{x^2}=\dfrac{1}{2}.}$

22.（本题满分8分）

设$\boxed{y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})}$，求$\boxed{dy.}$

解：$\boxed{y'=\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot(x+\sqrt{x^2+1})'}$

$$\boxed{\begin{aligned}&=\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(1+\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}\right)=\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)\\&=\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}},\end{aligned}}$$

$$\boxed{dy=y'dx=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx.}$$

23.（本题满分8分）

计算$\boxed{\int x^2\cos x\,dx.}$

解：$\boxed{\int x^2\cos x\,dx=\int x^2 d\sin x=x^2\sin x-\int \sin x\,dx^2}$

$$
\begin{aligned}
&= x^2\sin x - \int 2x\sin x dx = x^2\sin x + 2\int x d\cos x \\
&= x^2\sin x + 2x\cos x - 2\int \cos x dx \\
&= x^2\sin x + 2x\cos x - 2\sin x + C
\end{aligned}
$$

24.（本题满分8分）

计算 $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx.$

解：$\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx = -\frac{1}{2}\int_0^1 \sqrt{1-x^2}d(1-x^2) = -\frac{1}{2}\int_0^1 (1-x^2)^{\frac{1}{2}}d(1-x^2)$

$= -\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^1 = -\frac{1}{3}(0-1) = \frac{1}{3}.$

25.（本题满分8分）

现有3个白球2个黑球，从中抽3个，用 X 表示抽中白球的个数

（1）求 X 的概率分布;

（2）求期望 EX.

解：（1）$C_5^3 = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$,

$$
\begin{aligned}
&P\{X=1\} = \frac{C_3^1\cdot C_2^2}{C_5^3} = \frac{3}{10}, \\
&P\{X=2\} = \frac{C_3^2\cdot C_2^1}{C_5^3} = \frac{3}{5}, \\
&P\{X=3\} = \frac{C_3^3}{C_5^3} = \frac{1}{10},
\end{aligned}
$$

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

（2）$EX = 1\times\frac{3}{10} + 2\times\frac{3}{5} + 3\times\frac{1}{10} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}.$

26. 要做一个容积为 V 立方米的密闭圆柱形容器，两底面材料价格为每平方米 a 元，侧面材料价格为每平方米 b 元，问圆柱体底面半径与高地等于多少时，造价最低？

【答案】

设底面积半径为 r，高为 h

$V = \Pi r^2 h$

$h = \dfrac{V}{\Pi r^2}$

造价 Y

27. 当 x≥0 时，$\ln\ (1+x) \geq x - \dfrac{x^2}{x}$

26.（本题满分10分）

27.（本题满分10分）

证明：$\boxed{x \geq 0\text{时},}\boxed{\ln(1+x) \geq x - \dfrac{x^2}{2}}$

解：设$\boxed{f(x) = \ln(1+x) - x + \dfrac{x^2}{2}}$，$\boxed{f'(x) = \dfrac{1}{1+x} - 1 + x}$，

$\boxed{x \geq 0}$时，$\boxed{f'(x) \geq 0}$，函数单调递增.

28. 设当$f(x,\ y) = \dfrac{1}{2}\ (x^n + y^n)$，n 为大于 1 的整数，求在条件 x+y=c 下 $f(x,\ y)$的最小值，其中 x>0，y>0，c 为正常数。

故$x \geq 0$时，$f(x) \geq f(0) = 0$，$\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2} \geq 0$，

即$\ln(1+x) \geq x - \frac{x^2}{2}$.

28.（本题满分10分）

求$z = \frac{1}{2}(x^n + y^n)$在条件$x + y = c$下的最小值.

解：设$L(x, y, \lambda) = \frac{1}{2}(x^n + y^n) + \lambda(x + y - c)$，

$$\begin{aligned} L_x &= \frac{n}{2}x^{n-1} + \lambda = 0, \\ L_y &= \frac{n}{2}y^{n-1} + \lambda = 0, \\ L_z &= x + y - c = 0, \end{aligned}$$

解得$x^{n-1} = y^{n-1}$，$z = \frac{1}{2}(x^n + y^n) = \frac{1}{2} \cdot 2x^n = x^n.$